

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»
(Новосибирский государственный университет, НГУ)

**Физический факультет
Кафедра высшей математики ФФ**

академик РАН



УТВЕРЖДАЮ

Декан ФФ

А. Е. Бондарь

20 2020 г.

Рабочая программа дисциплины

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

направление подготовки: **03.03.02 Физика, Курс 2, семестр 3**

направленность (профиль): **все профили**

Форма обучения

Очная

| Семестр | Общий объем | Виды учебных занятий (в часах) | | | | Промежуточная аттестация (в часах) | | | | |
|--|-------------|--|----------------------|----------------------|--|---|--|----------|--------------------------|---------|
| | | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | Самостоятельная работа, не включая период сессии | Самостоятельная подготовка к промежуточной аттестации | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | |
| | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные занятия | | | Консультации | Зачет | Дифференцированный зачет | Экзамен |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 3 | 36 | 20 | 8 | | 6 | | | 2 | | |
| Итого | 36 | 20 | 8 | | 6 | | | 2 | | |
| Всего 36 часов / 1 зачётная единица, из них: - контактная работа 30 часов - в интерактивных формах 8 часов | | | | | | | | | | |
| Компетенции ОПК-2 | | | | | | | | | | |

Разработчик:
д.ф.-м.н., проф.

Зав. кафедрой ВМ ФФ НГУ
PhD

Ответственный за образовательную программу,
д.ф.-м.н., проф.

В. А. Александров

А. П. Ульянов

С. В. Цыбуля

Новосибирск, 2020

Содержание

| | |
|---|----|
| Аннотация | 3 |
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы. | 4 |
| 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы. | 4 |
| 3. Трудоёмкость дисциплины в зачётных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу. | 5 |
| 4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведённого на них количества академических часов и видов учебных занятий. | 6 |
| 5. Перечень учебной литературы. | 8 |
| 6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся. | 8 |
| 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины. | 8 |
| 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине. | 8 |
| 9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине. | 9 |
| 10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине. | 10 |

Аннотация

к рабочей программе дисциплины «Дифференциальная геометрия» Направление: 03.03.02 Физика Направленность (профиль): все профили

Программа курса «Дифференциальная геометрия» составлена в соответствии с требованиями СУОС по направлению подготовки 03.03.02 Физика, а также задачами, стоящими перед Новосибирским государственным университетом по реализации Программы развития НГУ. Дисциплина реализуется на физическом факультете Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования Новосибирский национальный исследовательский государственный университет (НГУ) кафедрой высшей математики физического факультета. Дисциплина изучается факультативно студентами второго курса физического факультета.

Цели курса – познакомить обучающихся с основными понятиями дифференциальной геометрии, а именно – теорией плоских и пространственных кривых, теорией поверхностей и основами римановой геометрии.

Дисциплина нацелена на формирование общепрофессиональных компетенций:

ОПК-2 - способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- **Знать:** понятия кривизны и кручения кривой, первой и второй квадратичных форм поверхности, главных кривизн и главных направлений поверхности, гауссовой и средней кривизн поверхности, минимальной поверхности и то, как эти понятия применяются в механике и физике.
- **Уметь:** находить кривизны и натуральные уравнения кривых, вычислять длины кривых, вычислять площадь поверхности и находить кривизны поверхности.

Курс рассчитан на один семестр. Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента и её контроль преподавателями, зачёт.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля:

Текущий контроль: контрольные вопросы.

Промежуточная аттестация: зачёт.

Общая трудоемкость рабочей программы дисциплины составляет **36** академических часов / **1** зачетную единицу.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Курс «Дифференциальная геометрия» имеет своей целью познакомить обучающихся с основными понятиями дифференциальной геометрии, а именно – теорией плоских и пространственных кривых, теорией поверхностей и основами римановой геометрии и сформировать представление о роли дифференциальной геометрии для физика-исследователя.

Общепрофессиональная компетенция ОПК-2 - способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

Практические занятия проводятся в интерактивной форме. Студенты активно участвуют в аудиторной работе: поощряется желание задать вопрос, высказать собственную точку зрения.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- **Знать:**
 - понятия кривизны и кручения кривой, первой и второй квадратичных форм поверхности, главных кривизн и главных направлений поверхности, гауссовой и средней кривизн поверхности, минимальной поверхности и то, как эти понятия применяются в механике и физике (ОПК 2.1).
- **Уметь:**
 - находить кривизны и натуральные уравнения кривых, вычислять длины кривых, вычислять площадь поверхности и находить кривизны поверхности (ОПК 2.2).

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Факультативная дисциплина «Дифференциальная геометрия» предназначен для тех студентов, кто стремится узнать о приложениях дифференциального и интегрального исчисления для исследования кривых и поверхностей, а также стремится узнать, как дифференциальная геометрия применяется к изучению физики.

3. Трудоемкость дисциплины в зачётных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу.

| Семестр | Общий объем | Виды учебных занятий (в часах) | | | | Промежуточная аттестация (в часах) | | | | |
|--|-------------|--|----------------------|----------------------|--|---|--|----------|--------------------------|---------|
| | | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | Самостоятельная работа, не включая период сессии | Самостоятельная подготовка к промежуточной аттестации | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | |
| | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные занятия | | | Консультации | Зачет | Дифференцированный зачет | Экзамен |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 3 | 36 | 20 | 8 | | 6 | | | 2 | | |
| Итого | 36 | 20 | 8 | | 6 | | | 2 | | |
| Всего 36 часов / 1 зачётная единица, из них: - контактная работа 30 часов - в интерактивных формах 8 часов | | | | | | | | | | |
| Компетенции ОПК-2 | | | | | | | | | | |

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента и её контроль преподавателями, зачёт.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля:

- текущий контроль успеваемости: контрольные вопросы;
- промежуточная аттестация: зачёт.

Общая трудоемкость рабочей программы дисциплины составляет 1 зачетную единицу.

- занятия лекционного типа – 20 часов;
- практические занятия – 8 часов;
- самостоятельная работа обучающегося в течение семестра, не включая период сессии – 6 часов;
- промежуточная аттестация (зачёт) – 2 часа.

Объём контактной работы обучающегося с преподавателем (занятия лекционного типа, практические занятия, зачёт) составляет 30 часов.

Работа с обучающимися в интерактивных формах составляет 8 часов (практические занятия).

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведённого на них количества академических часов и видов учебных занятий.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 1 зачётную единицу, 36 академических часов.

| № п/п | Раздел дисциплины | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоёмкость (в часах) | | | | | Консультации перед экзаменом (часов) | Промежуточная аттестация (в часах) |
|--------------|--|-----------------|--|-----------------|----------------------|---|---|--------------------------------------|------------------------------------|
| | | | Всего | Аудиторные часы | | Сам. работа во время занятий (не включая период сессии) | Сам. работа во время промежуточной аттестации | | |
| | | | | Лекции | Практические занятия | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | Теория кривых | 2-4 | 6 | 4 | 2 | | | | |
| 2 | Теория поверхностей | 5-9 | 10 | 8 | 2 | | | | |
| 3 | Минимальные поверхности и комплексный анализ | 10-12 | 6 | 4 | 2 | | | | |
| 4 | Внутренняя геометрия поверхности и элементы двумерной римановой геометрии. | 13-15 | 6 | 4 | 2 | | | | |
| 13 | Самостоятельная подготовка обучающегося к зачёту | 16 | 6 | | | 6 | | | |
| 14 | Зачёт | 17 | 2 | | | | | | 2 |
| Всего | | | 36 | 20 | 8 | 6 | | | 2 |

Программа и основное содержание лекций (20 часов)

Теория кривых (4 часа)

Кривые на плоскости. Понятие кривизны плоской кривой. Репер Френе, формулы Френе. Кривые в пространстве. Кривизна и кручение кривой в пространстве. Задание кривой её кривизной и кручением. Интерполяция с помощью сплайнов. Кривые Безье.

Теория поверхностей (8 часов)

Поверхности в трёхмерном евклидовом пространстве. Способы задания поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Вычисление углов и площадей. Понятие о внутренней геометрии поверхностей. Кривизна линии на поверхности. Теорема Менье. Вторая квадратичная форма поверхности. Формула Эйлера. Главные кривизны и направления. Линии кривизны. Гауссова кривизна. Средняя кривизна. Теорема Гаусса об определении гауссовой кривизны по первой квадратичной форме. Девриационные уравнения Гаусса - Вейнгартена. Уравнения Гаусса - Петерсона - Кодацци. Теорема Бонне о локальном задании поверхности посредством первой и второй фундаментальных форм. Однозначная определённость выпуклых поверхностей.

Минимальные поверхности и комплексный анализ (4 часа)

Конформная параметризация поверхности. Теория поверхностей в терминах конформного параметра. Теорема Хопфа о погружении сферы постоянной средней кривизны. Теорема А.Д. Александрова о вложении поверхности постоянной средней кривизны. Представление Вейерштрасса минимальной поверхности. Примеры минимальных поверхностей: плоскость, катеноид, геликоид, поверхности Эннепера и Косты.

Внутренняя геометрия поверхности и элементы двумерной римановой геометрии (4 часа)

Ковариантное дифференцирование на поверхности. Параллельный перенос. Геодезические на поверхности. Существование геодезической, соединяющей близкие точки. Экспоненциальное отображение. Геодезическая система координат. Теорема Гаусса - Бонне. Многообразия. Касательное расслоение и экспоненциальное отображение. Поля Якоби. Дифференциальные формы.

Программа практических занятий (8 часов)

1 занятие. Кривизна и кручение кривых (2 часа).

2 занятие. Кривизна поверхности (2 часа).

3 занятие. Минимальные поверхности (2 часа).

4 занятие. Геодезические на поверхности (2 часа).

Самостоятельная работа студентов (6 часов)

| Перечень занятий на СРС | Объем, час |
|-------------------------|------------|
| Подготовка к зачёту | 6 |

5. Перечень учебной литературы.

5.1. Основная литература

1. Тайманов И.А. Лекции по дифференциальной геометрии. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.

5.2. Дополнительная литература

2. Топоногов В.А. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей. М.: Физматкнига, 2012

6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся.

Самостоятельная работа студентов поддерживается следующими электронными ресурсами:

3. Тайманов И.А. Лекции по дифференциальной геометрии. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
4. Топоногов В.А. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей. М.: Физматкнига, 2012

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

Для освоения дисциплины используются следующие ресурсы:

- электронная информационно-образовательная среда НГУ (ЭИОС);
- образовательные интернет-порталы;
- информационно-телекоммуникационная сеть Интернет.

7.1 Современные профессиональные базы данных

Не используются.

7.2. Информационные справочные системы

Не используются.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Для обеспечения реализации дисциплины используется стандартный комплект программного обеспечения (ПО), включающий регулярно обновляемое лицензионное ПО Windows и MS Office.

Использование специализированного программного обеспечения для изучения дисциплины не требуется.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для реализации дисциплины используются специальные помещения:

1. Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной и итоговой аттестации.

2. Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду НГУ.

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине для обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется согласно «Порядку организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в Новосибирском государственном университете».

10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

10.1 Порядок проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Промежуточная аттестация

Освоение компетенций оценивается согласно шкале оценки уровня сформированности компетенции по двухбалльной шкале. Положительная оценка “зачёт” выставляется в том случае, если заявленная компетенция ОПК-2 сформирована в части формирования способности использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, рассмотренных в рамках данной дисциплины. Решение о сформированности компетенции принимается преподавателем в ходе зачёта по результатам ответов на контрольные вопросы.

Описание критериев и шкал оценивания индикаторов достижения результатов обучения по дисциплине «Дифференциальная геометрия».

| Критерии оценивания результатов обучения | Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | Уровень освоения компетенции | | | |
|--|---|---|---|--|---|
| | | Не сформирован (не зачтено) | Пороговый уровень (зачтено) | Базовый уровень (зачтено) | Продвинутый уровень (зачтено) |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Полнота знаний | ОПК 2.1 | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имеют место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допускается значительное количество негрубых ошибок. | Уровень знаний соответствует программе подготовки по темам/разделам дисциплины. Допускается несколько негрубых/несущественных ошибок. Не отвечает на дополнительные вопросы. | Уровень знаний соответствует программе подготовки по темам/разделам дисциплины. Свободно и аргументированно отвечает на дополнительные вопросы. |
| Наличие умений | ОПК 2.2 | Отсутствие минимальных умений. Не умеет решать стандартные задачи. Имеют место грубые ошибки. | Продемонстрированы частично основные умения. Решены типовые задачи. Допущены негрубые ошибки. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задания с негрубыми ошибками или с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задания в полном объеме без недочетов и ошибок. |

Типовые контрольные задания и материалы, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов к зачёту

1. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве.
2. Понятие кривизны плоской кривой. Вывод вычислительной формулы.
3. Репер Френе, формулы Френе.
4. Задание кривой её кривизной и кручением.
5. Интерполяция с помощью сплайнов. Кривые Безье.
6. Способы задания поверхности в трёхмерном евклидовом пространстве.
7. Первая квадратичная форма поверхности. Вычисление углов и площадей.
8. Вторая квадратичная форма поверхности. Формула Эйлера. Главные кривизны и направления.
9. Теорема Гаусса об определении гауссовой кривизны по первой квадратичной форме.
10. Дифференциальные уравнения Гаусса—Вейнгартена.
11. Уравнения Гаусса—Петерсона—Кодацци.
12. Теория поверхностей в терминах конформного параметра.
13. Теорема Хопфа о погружении сферы постоянной средней кривизны.
14. Представление Вейерштрасса минимальной поверхности.
15. Примеры минимальных поверхностей: плоскость, катеноид, геликоид, поверхности Эннепера и Косты.

Оценочные материалы по промежуточной аттестации, предназначенные для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине требованиям СУОС, хранятся на кафедре-разработчике РПД в печатном и электронном виде.

**Лист актуализации рабочей программы
по дисциплине «Дифференциальная геометрия»
по направлению подготовки 03.03.02 Физика
Профиль: все профили**

| № | Характеристика внесенных изменений (с указанием пунктов документа) | Дата и № протокола Учёного совета ФФ НГУ | Подпись ответственного |
|---|--|--|------------------------|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |